

Thomas Ederth
IFM / Biofysik och Bioteknik
thomas.ederth@liu.se

Kontrollskrivning

TFYA35 Molekylfysik, KTR1

25 september 2023 kl. 14.00-16.00

Skrivsalar: TER1, TERE

Kontrollskrivningen omfattar tre problem (nr. 1, 2 och 6) som vardera kan ge 4 poäng. Poängen på respektive uppgift får ersätta motsvarande uppgift på ordinarie tentamen.

Tentamen består av 2 sidor (inklusive denna).

Lösningar läggs ut på kurshemsidan efter skrivtidens slut. Skrivningsresultat meddelas senast 12 arbetsdagar efter tentamenstillfället.

Tillåtna hjälpmedel: Physics Handbook
Räknedosa (med tömda minnen)

Kursansvarig: Thomas Ederth, ankn. 1247 eller tel. 0732025566,
som ca kl. 15 svarar på frågor i skrivsalarna.

Kursadministratör: Siv Göthe, ankn. 6779,
siv.gothe@liu.se.

Lösningar skall om möjligt åtföljas av figur, införda beteckningar skall definieras, ekvationer motiveras och numeriskt svar alltid skrivas ut med enhet. Orimligt svar medför noll poäng på uppgiften.

Lycka till!

Kontrollskrivning TFYA35 Molekylfysik, KTR1, 25 september 2023.

1. a) Vad innebär det att en energinivå är degenererad? [1p]
b) Ge ett konkret exempel på en degenererad energinivå i något enkelt kvantmekaniskt system. [1p]
c) En plan våg är fullständigt delokaliserad. Ge ett konkret exempel på hur en våg kan konstrueras som inte är helt delokaliserad, och förklara hur och varför vågens utbredning och rörelsemängd ändras, jämfört med en plan våg. [2p]

2. Antag att tillståndet hos en väteatom beskrivs av vågfunktionen

$$\phi = 3\psi_{1s} + 4\psi_{2s}$$

där ψ_{1s} och ψ_{2s} är de normerade egenfunktionerna för väteatomens 1s respektive 2s-tillstånd.

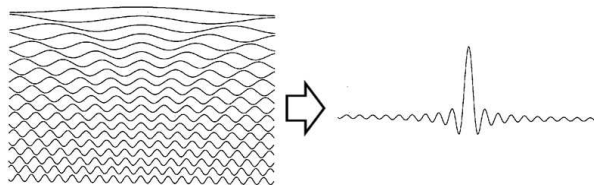
- a) Normera ϕ . [1p]
 - b) Vad är medelvärdet för energin i tillståndet ϕ ? [2p]
 - c) Vad händer om vi mäter energin i tillståndet ϕ ? [1p]
-
6. Kvarkar är elementarpartiklar med spinn $s = 1/2$. De förekommer inte som fria partiklar utan bildar sammansatta partiklar. Tre kvarkar kan t.ex. bilda en *baryon*, exempelvis en proton eller en neutron.
 - a) Om kvarkarnas orbitala rörelsemängdsmoment är noll, vilka spinnkvanttal är möjliga hos en baryon? [2p]
 - b) Om baryonen har orbitala rörelsemängdsmomentet $L = 2$, vilka egenvärden är möjliga för rörelsemängdsoperatoren \hat{J}_z ? [2p]

Lösningförslag, TFYA35 Molekylfysik, KTR1, 26 september 2022.

1. a) Om olika lösningar till Schrödingerekvationen (olika vågfunktioner) har samma energi, så sägs denna energinivå vara degenererad.

b) För t.ex. en partikel på en ring, så är energin $E_{m_l} = \hbar^2 m_l^2 / 2I$ med kvanttalen $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ och där är alla energinivåer för $|m_l| \geq 1$ degenererade, svarande mot olika rotationsriktningar.

c) T.ex. genom lokalisering till en låda, eller genom superposition av plana vågor till en våg som har stor amplitud inom ett begränsat område, d.v.s. utbredningen i rummet har minskat, men osäkerheten i rörelsemängd har ökat eftersom vågen åstadkoms genom summering av vågor med olika rörelsemängd, se figuren.



2. a) En superposition $\phi = c_1\psi_1 + c_2\psi_2$ av normerade vågfunktioner ψ_i är i sig själv normerad om $\sum |c_i|^2 = 1$. I detta fall, ansätt $\phi = N(3\psi_{1s} + 4\psi_{2s})$, vilket ger $((3N)^2 + (4N)^2) = N^2 25 = 1 \Rightarrow N = 1/5$, så den normerade vågfunktionen är

$$\phi = \frac{3}{5}\psi_{1s} + \frac{4}{5}\psi_{2s}$$

b) Väteatomens energinivåer ges av

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -E_H \frac{1}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

där E_H är grundtillståndets energi $-13,6$ eV. De två tillstånden i ϕ motsvarar $n = 1$ och $n = 2$, och medelvärdet av energin blir då

$$\langle E \rangle = -\left(\frac{3}{5}\right)^2 E_H \frac{1}{1} - \left(\frac{4}{5}\right)^2 E_H \frac{1}{4} = -E_H \left(\frac{9}{25} + \frac{4}{25}\right) = -7,07 \text{ eV} = -1,13 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

c) Vi får ett av energiegenvärdena för ψ_{1s} eller ψ_{2s} , d.v.s. antingen energin $-E_H$ eller $-E_H/4$, med sannolikheten $9/25 = 0,36$ respektive $16/25 = 0,64$, och kollaps av vågfunktionen till detta tillstånd.

6. Spinnen summeras med en Clebsch-Gordan-serie; $S = |s_1 - s_2|, |s_1 - s_2| + 1, \dots, s_1 + s_2$, och för fler än två spinn upprepas proceduren med delresultaten.

a) Två kvarkar med $s_1 = 1/2$ och $s_2 = 1/2$ ger då möjligheterna $S_{12} = 0$ eller 1 . Det tredje spinnet kombinerat med $S_{12} = 0$ ger endast möjligheten $S_{123} = 3/2$ eller $1/2$, och kombinerat med $S_{12} = 1$ möjligheterna $S_{123} = 1/2$ eller $3/2$.

Svar: $S = 1/2$ (på två möjliga sätt) och $3/2$.

b) $J = L + S$, och med $L = 2$ och $S = 1/2$ eller $S = 3/2$ fås möjligheterna $J = 1/2, 3/2, 5/2, 7/2$, och möjliga egenvärden till \hat{J}_z är: $\pm \frac{1}{2}\hbar, \pm \frac{3}{2}\hbar, \pm \frac{5}{2}\hbar, \pm \frac{7}{2}\hbar$.