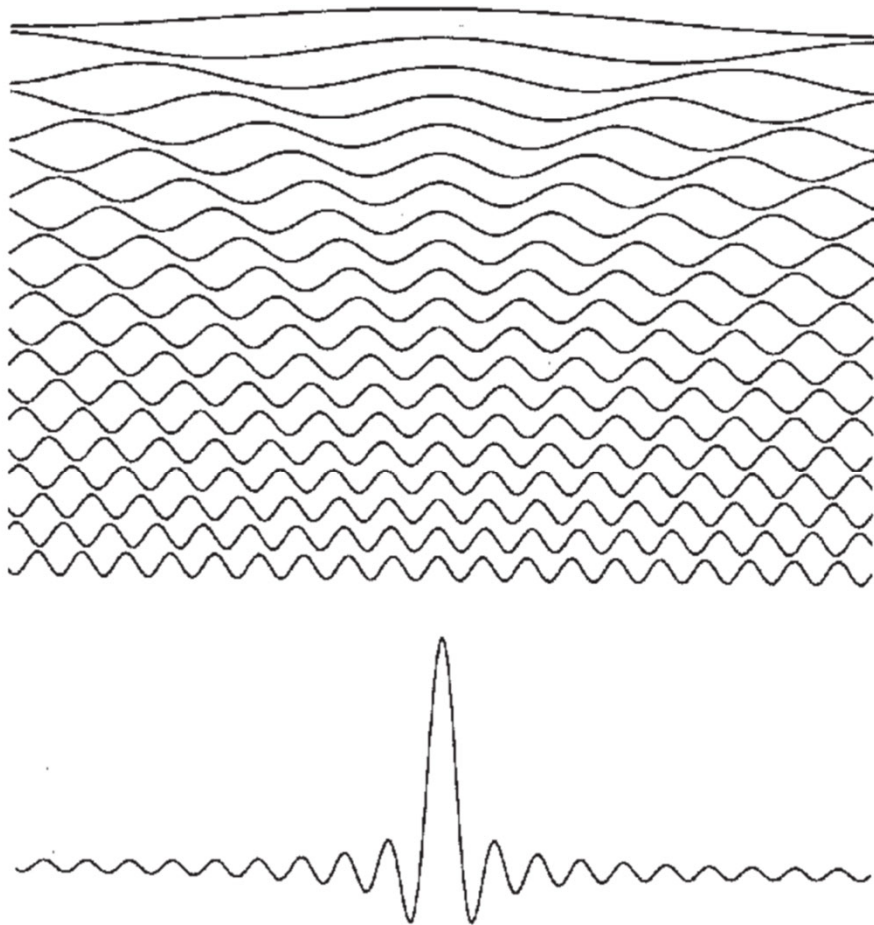


TFYA35 Molekylfysik
Föreläsning 3 - Bilder

Thomas Ederth
Linköpings universitet
IFM

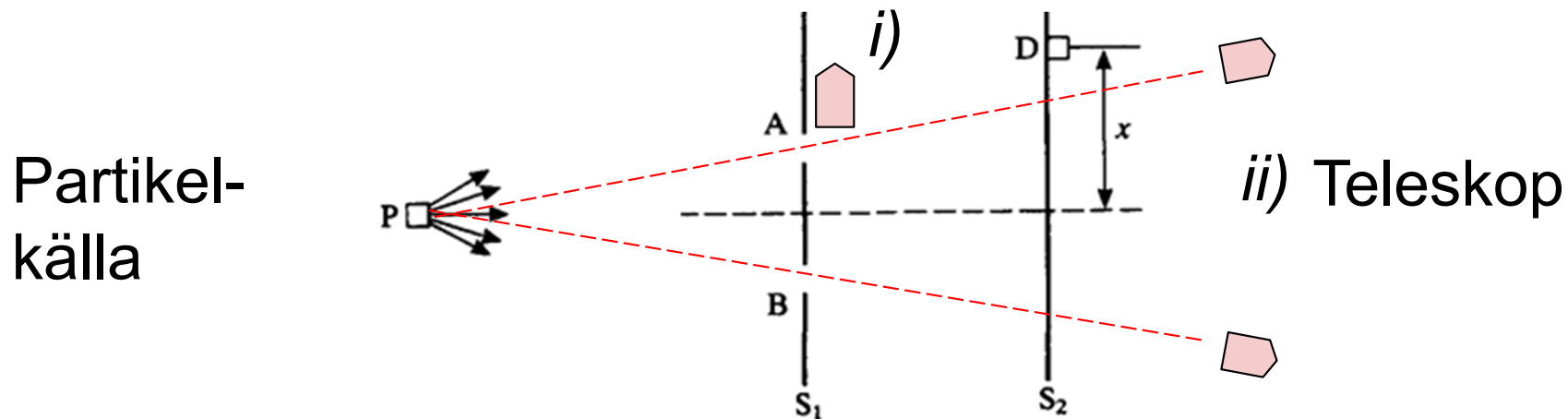
Superposition av vågor

En plan våg har väldefinierad rörelsmängd, men som en konsekvens av Heisenbergs osäkerhetsrelation är den då helt delokaliserad, d.v.s. dess läge är helt obestämt.



Genom att summera många vågor med olika p kan vi skapa en våg som är (bättre) lokaliserad, d.v.s. med mindre osäkerhet i x , men till priset av att p blir mer obestämd...!

Diffraction i dubbelspalt

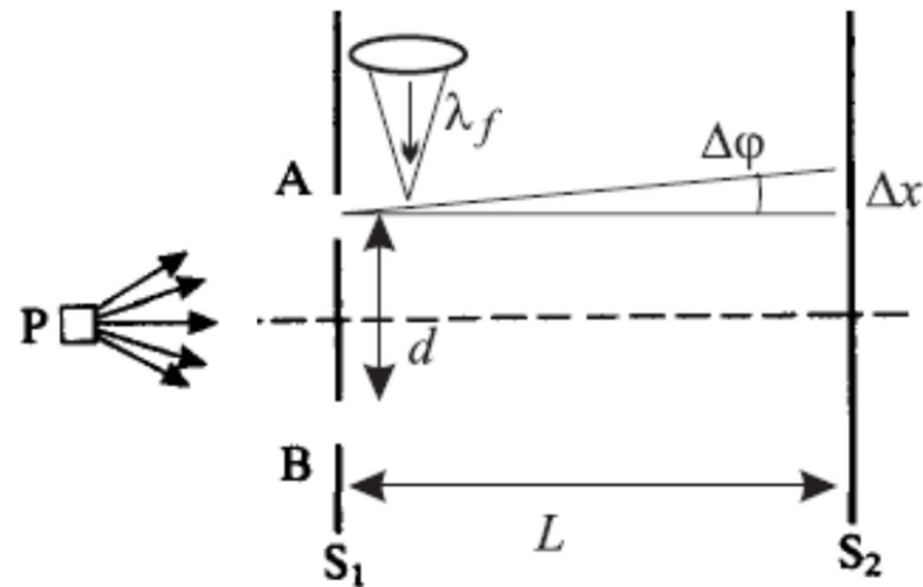


Kan vi 'lura' systemet för att se vilken väg en partikel tar?

- i)* Genom att placera en detektor vid en spalt för att se om en partikel passerar där? Nej, en mätning påverkar systemet så att interferensmönstret löses upp (jfr Heisenberg).
- ii)* Genom att placera teleskop bakom skärmen, och *precis* när partikeln har passerat, rycka bort skärmen och se genom vilken spalt partikeln passerar? Nej, se Wheeler's experiment!

i) Heisenberg och dubbelspalten

Kan vi inte titta på en av spalterna i ett mikroskop, och se när partikeln passerar denna spalt?



Mätningen stör systemet så att det studerade fenomenet försvinner!

För att kunna skilja spalterna åt måste det ljus vi använder ha en våglängd $\lambda_f < d$

En sådan foton har rörelsemängden $p_f = \frac{h}{\lambda_f} > \frac{h}{d}$

Δp för en partikel som belyses av fotonen blir då

$$\Delta p \approx p_f > \frac{h}{d} \Rightarrow d\Delta p \gtrsim h \quad (\text{jfr Heisenberg!})$$

Om $\Delta p \neq 0$ får även riktningen en osäkerhet:

$$\Delta\phi = \frac{\Delta p}{p} > \frac{h}{pd} = \frac{\lambda}{d} \quad \left[\text{ty } \lambda_{part} = \frac{h}{p} \right]$$

Osäkerheten i riktning ger en osäkerhet på S_2 ,

$$\Delta x = L\Delta\phi > \frac{L\lambda}{d}$$

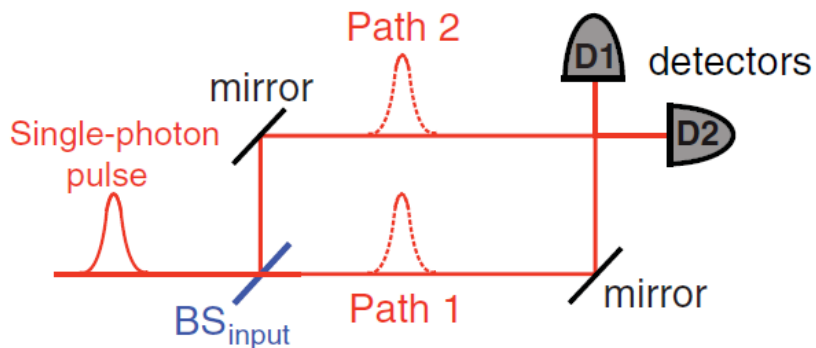
som är avståndet mellan maxima i interferensmönstret.

$\Rightarrow$ Interferensmönstret löses upp!

ii) Wheeler's delayed choice experiment

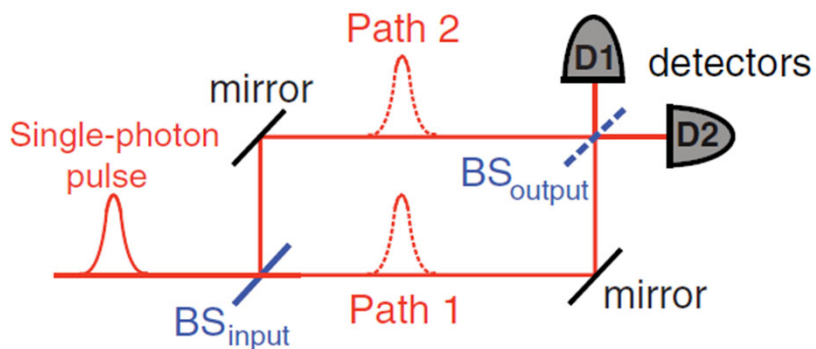
När bestämmer sig en foton om den ska uppträda som våg eller partikel?

Interferens via stråldelare ('beamsplitters', BS) i stället för spalter.



En foton passerar igenom eller reflekteras av BS_{input} och tar väg 1 eller väg 2 med lika stor sannolikhet, och detekteras av D1 eller D2.

Fotonen har valt en av vägarna, och uppträder **som en partikel**.



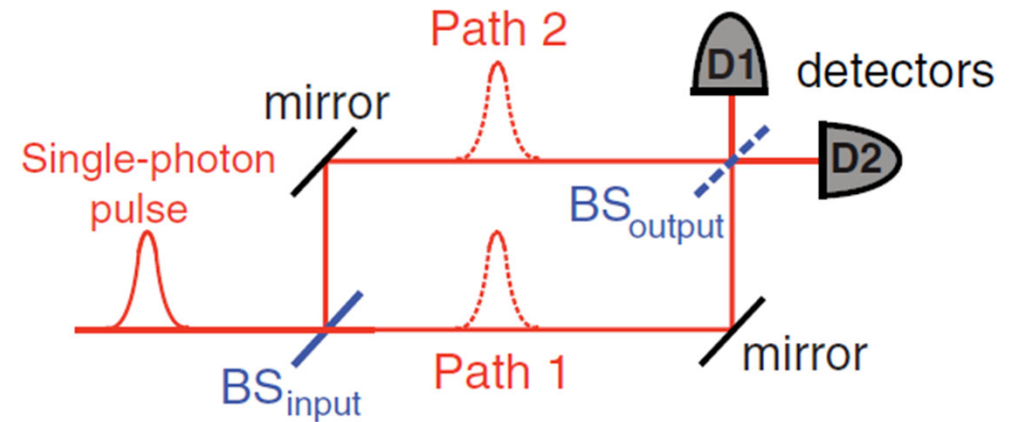
Med BS_{output} i strålens väg fås interferens vid D1 och D2, och fotonen måste ha tagit både väg 1 och väg 2, **som en våg**.

Närvaron av BS_{output} avgör alltså om partikeln visar våg- eller partikelbeteende vid BS_{input} .

Vad händer om vi väljer att ta bort eller sätta in BS_{output} först *efter* att BS_{input} har passerats?

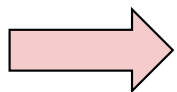
Alternativen att ha, eller att inte ha, BS_{output} i strålgången utesluter varandra.

Om valet görs (slumpmässigt) *efter* att fotonen har passerat BS_{input} kan inte fotonen 'veta' vilket experiment som ska utföras.



Experiment visar att fotonens beteende i interferometern bestäms av vilken observabel som mäts (vägval eller interferens), alltså av läget hos BS_{output} när fotonen passerar denna, oavsett dess läge då fotonen passerar BS_{input} .

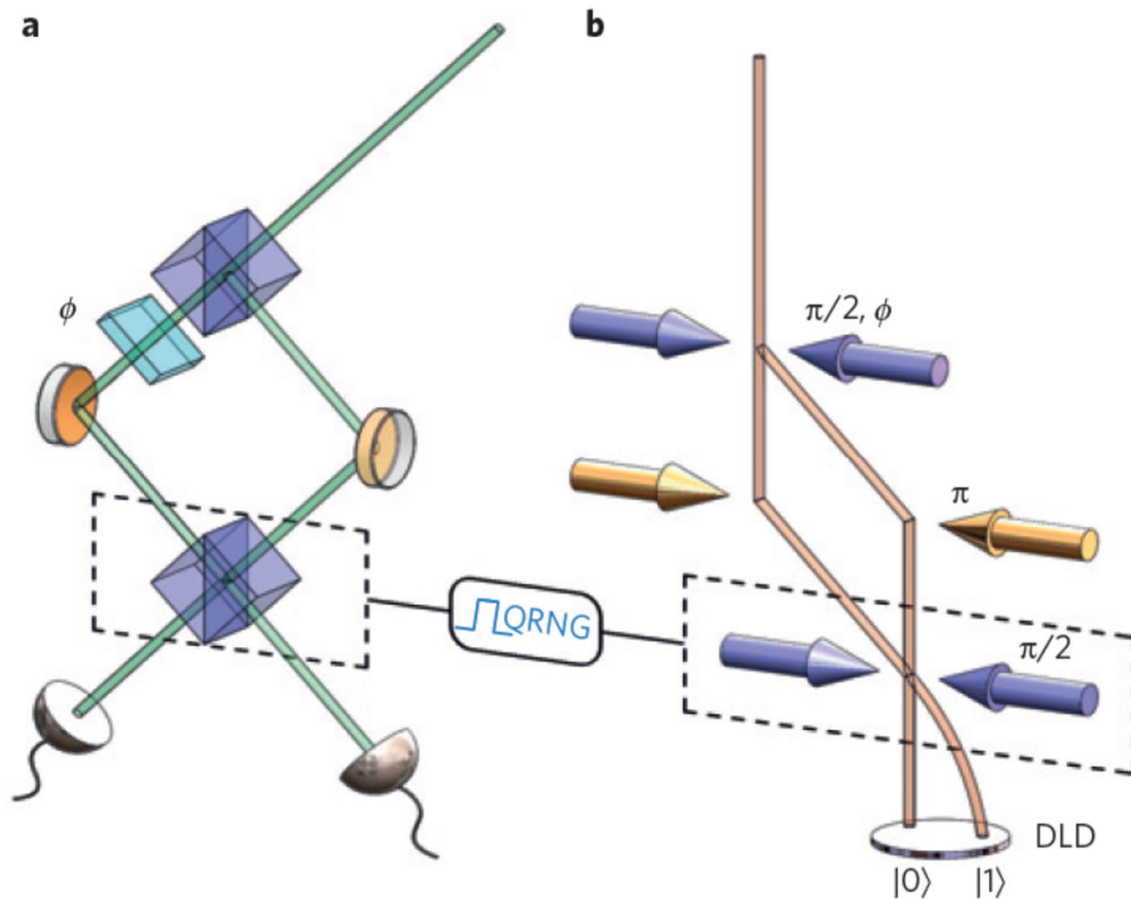
(Alternativt har partikeln vid ingången information från framtiden, vilket skulle kräva att information sänds fortare än ljuset.)



En partikels våg- eller partikelnatur är odefinierade tills dess en mätning görs i systemet!

Jacques et al., *Science* **315** (5814), 966-968, 2007. DOI: 10.1126/science.1136303

Wheeler's experiment with He atoms



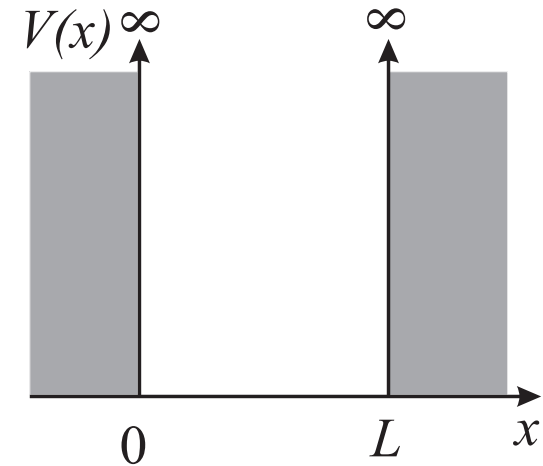
a) Optical version of Wheeler's delayed-choice experiment.

b) Atomic version of the experiment, where the physical beamsplitters and mirrors are now replaced with optical Bragg pulses. A quantum random number generator (QRNG) is used to decide whether the last beamsplitting pulse is either implemented or not. The random number is triggered and chosen after the π -pulse (mirror pulse), thereby ensuring that the atom has no prior knowledge of how it will be detected when it enters the interferometer.

”Partikeln i lådan” – Endimensionell oändlig potentialgrop

Betrakta en partikel med massan m i området $0 \leq x \leq L$, där $V(x) = 0$, och potentialen i övrigt $\rightarrow \infty$. Lösningen till SE för denna partikel mellan 0 och L är densamma som för en fri partikel, men av praktiska skäl skriver vi nu lösningen

$$\Psi_k(x) = C \sin kx + D \cos kx, \quad E_k = \frac{k^2 \hbar^2}{2m}$$



Randvillkor

För $x < 0$ och $x > L$ går $V(x) \rightarrow \infty$, varför partikeln inte kan finnas där (dvs $|\Psi|^2 = 0$), men Ψ måste vara kontinuerlig, så $\Psi_k(0) = \Psi_k(L) = 0$.

$$\text{Villkoret } \Psi_k(0) = 0 \Rightarrow D = 0$$

$$\text{Villkoret } \Psi_k(L) = 0 \Rightarrow C \sin kL = 0 \Rightarrow kL = n\pi, \quad n = \text{heltal}$$

n kan inte vara 0, eftersom $k = n\pi/L = 0$ innebär att $\sin kx = 0$ och därmed även att $\Psi_k(x) = 0$ överallt. Vi byter ut indexet k mot n , och har då följande lösningar till Schrödingerekvationen:

$$\Psi_n(x) = C \sin \frac{n\pi x}{L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Normering

Vi kräver att

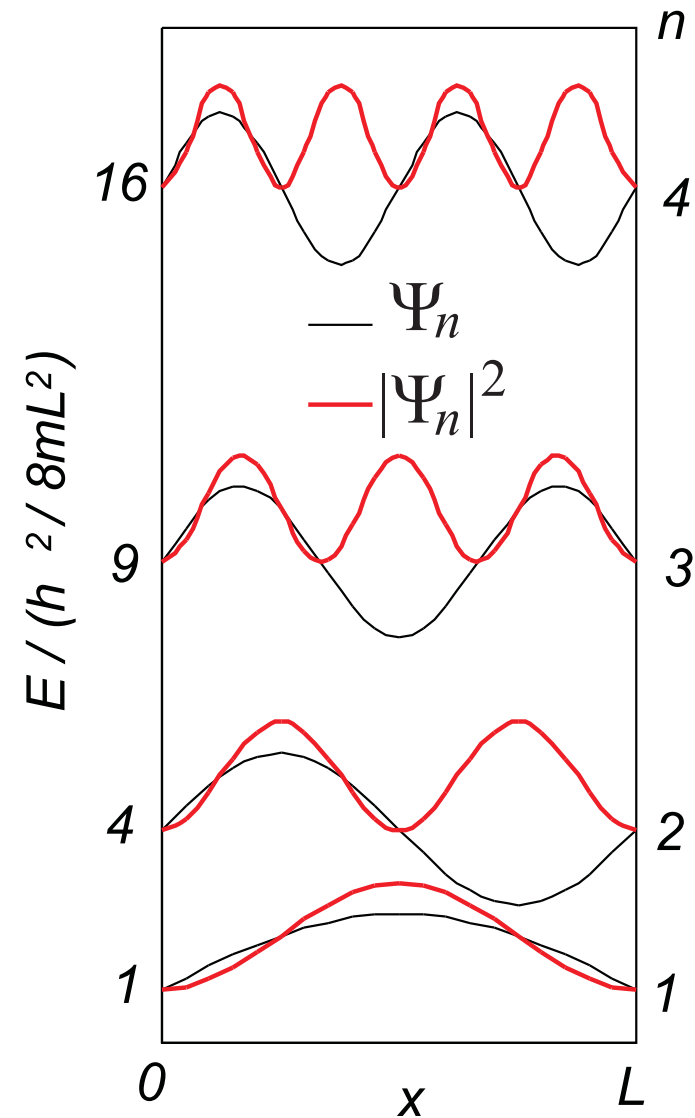
$$\begin{aligned} 1 &= \int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2 dx = C^2 \int_0^L \sin^2 \frac{n\pi x}{L} dx = \\ &= C^2 \frac{L}{2} \Rightarrow C = \sqrt{\frac{2}{L}} \end{aligned}$$

Den kompletta lösningen är alltså

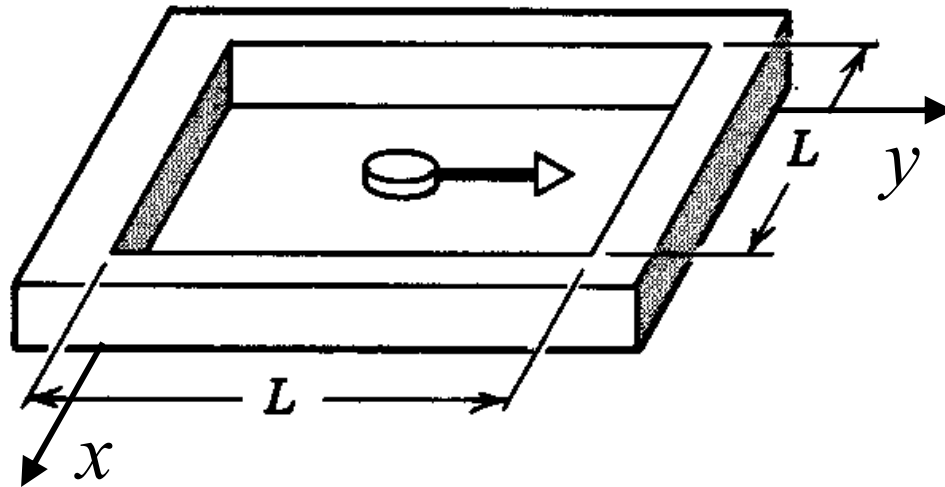
$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L} \quad 0 \leq x \leq L$$

$$E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}, \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

n är ett *kvanttal*.



Partikel i 2-dimensionell låda: Energinivåer

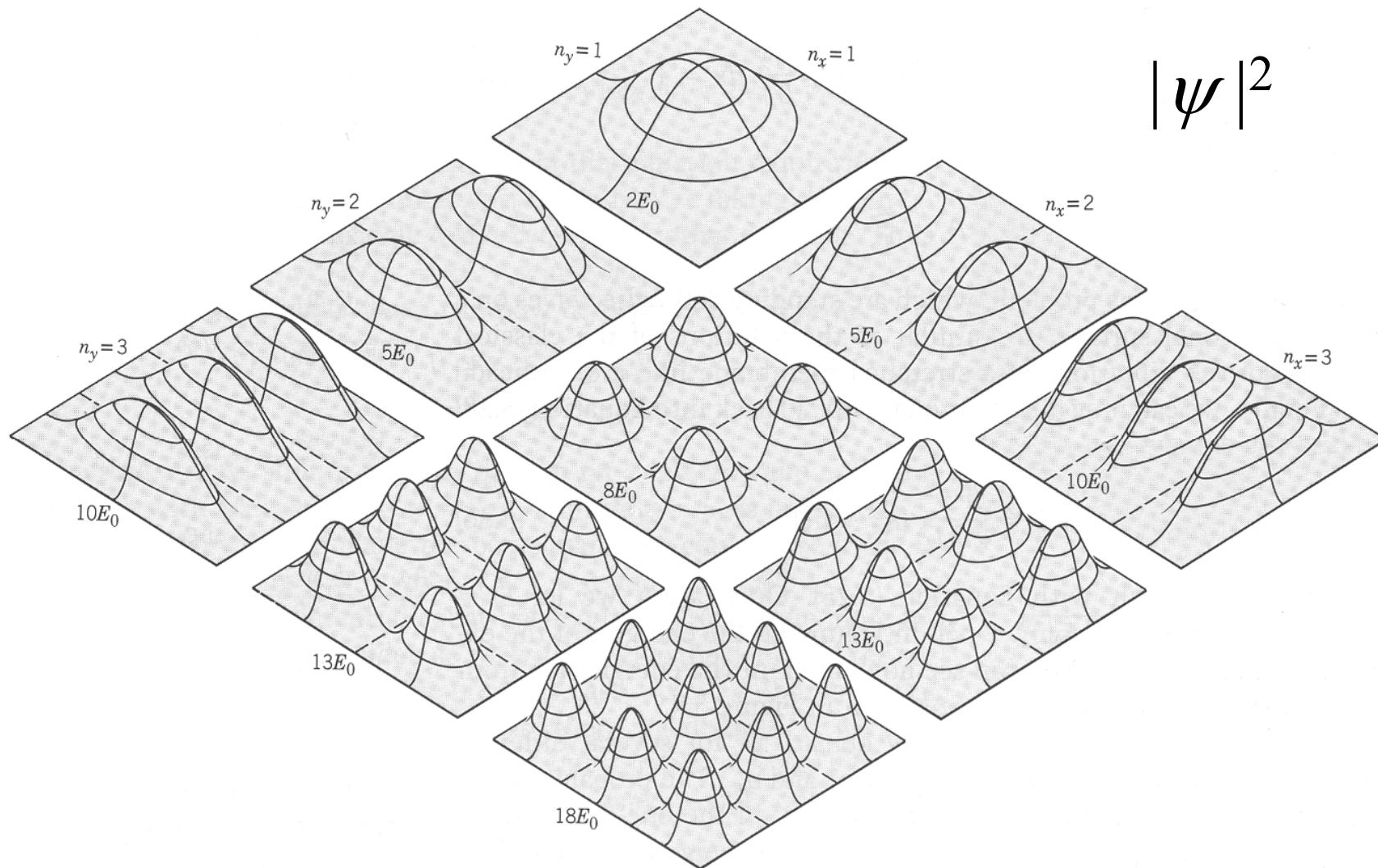


$$\psi_{n,m} = \frac{2}{L} \sin \frac{n\pi x}{L} \sin \frac{m\pi y}{L} \quad X$$

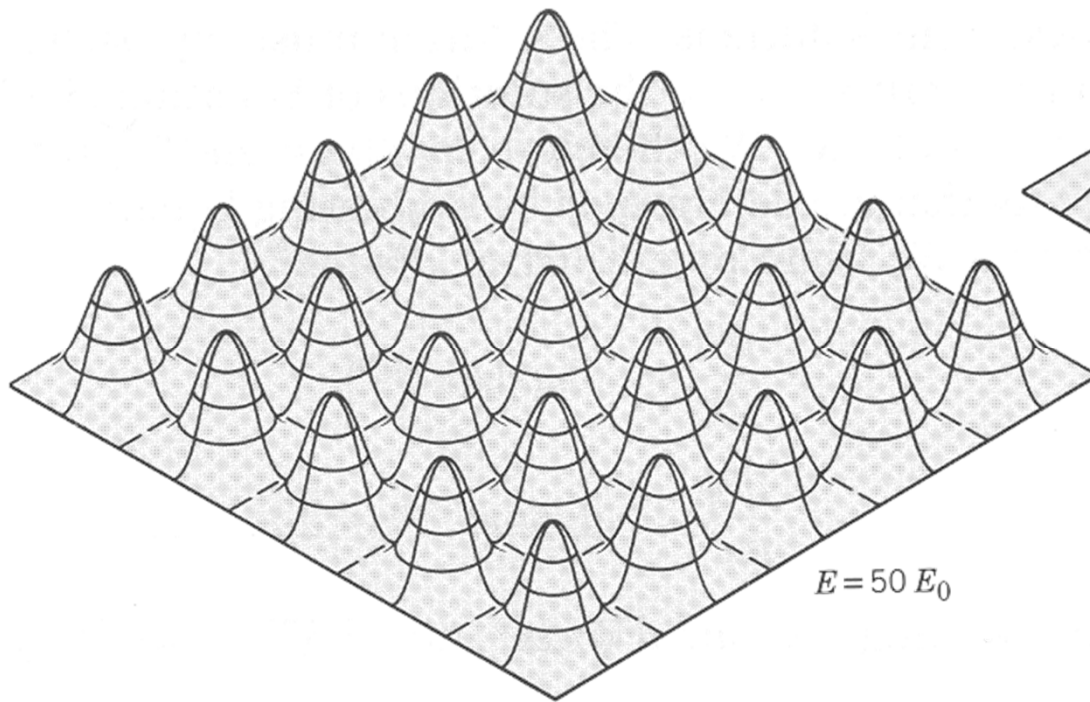
$$E_{n,m} = (n^2 + m^2) \frac{h^2}{8mL^2} = (n^2 + m^2) E_0$$

(5, 2) or (2, 5)	$29E_0$
(5, 1) or (1, 5)	$26E_0$
(4, 3) or (3, 4)	$25E_0$
(4, 2) or (2, 4)	$20E_0$
(3, 3)	$18E_0$
(1, 4) or (4, 1)	$17E_0$
(3, 2) or (2, 3)	$13E_0$
(3, 1) or (1, 3)	$10E_0$
(2, 2)	$8E_0$
(2, 1) or (1, 2)	$5E_0$
(1, 1)	$2E_0$
(n, m)	Energy

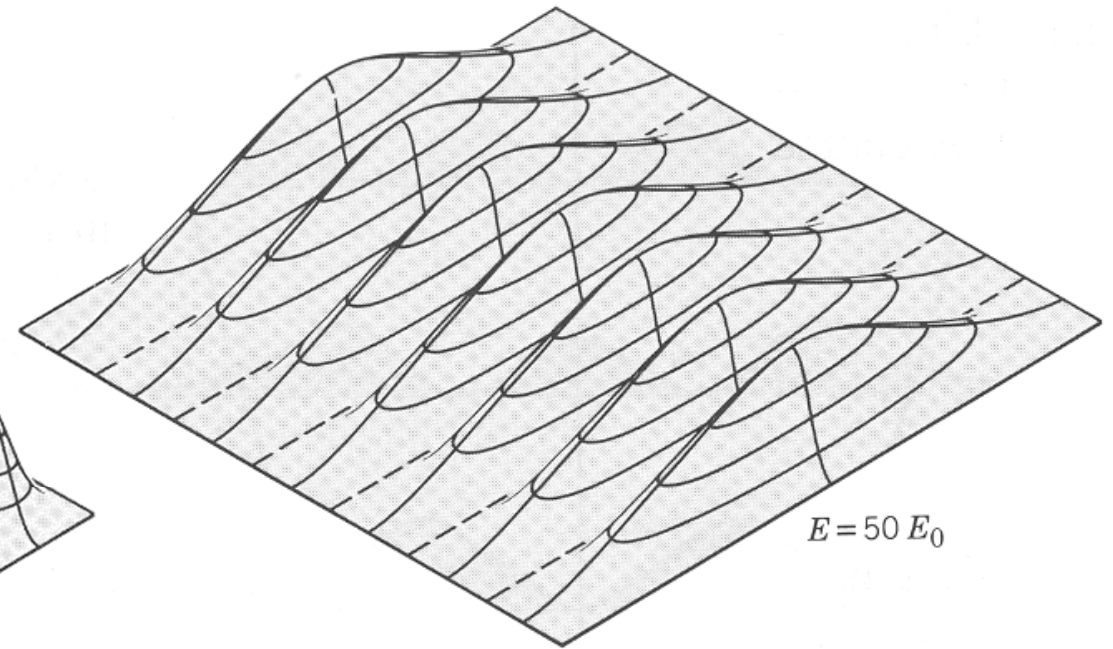
2D: Vågfunktioner



Degeneration i 2D-låda



$$(n,m) = (5,5)$$



$$(n,m) = (1,7) \text{ eller } (7,1)$$

Det finns tre olika vågfunktioner som har energin $50E_0 \Rightarrow$ Denna energinivå är *trefaldigt degenererad*.

Degeneration - allmänt

Om flera linjärt oberoende vågfunktioner (olika lösningar till SE) ger samma (energi)egenvärde till Hamiltonoperatören, sägs lösningarna vara *degenererade*.

Ex: Nivån E_1 består av tre tillstånd, och energinivån sägs vara *trefaldigt degenererad*.

E_1 — — —

E_0 —